

UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA
FACULTATEA DE FIZICĂ

EUGEN DIACONU

TEZĂ DE DOCTORAT

ASPECTE COOMOLOGICE IN SUPERGRAVITAȚIA
 $N = 1, D = 11$

CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC
Prof. univ. dr. CONSTANTIN BIZDADEA

CRAIOVA
2008

Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Interactii in teoriile de camp
 - 2.1 Varianta Lagrangiana
 - 2.2 Varianta Hamiltoniana
 - 2.2.1 Cuplajul Stueckelberg Hamiltonian dintre p - si $(p + 1)$ -forme gauge abeliene
- 3 Cuplajele dintre un camp de spin doi si o 3-forma in $D = 11$
 - 3.1 Simetria BRST Lagrangiana a modelului liber
 - 3.2 Interactii consistente intre campul Pauli-Fierz si o 3-forma abeliana
 - 3.2.1 Deformarea de ordin unu a solutiei ecuatiei master
 - 3.2.2 Deformarea de ordin doi
 - 3.3 Analiza teoriei deformatate
 - 3.4 Unicitatea interactiilor
- 4 Interactiile dintre o 3-forma si campul Rarita-Schwinger nemasiv in $D = 11$
 - 4.1 Formularea Lagrangiana si simetria BRST a modelului liber
 - 4.2 Interactii consistente intre o 3-forma gauge abeliana si un spinor Rarita-Schwinger nemasiv
 - 4.2.1 Deformarea de ordin unu
 - 4.2.2 Deformarea de ordin doi
- 5 Cuplajele dintre un camp de spin doi si campul Rarita-Schwinger nemasiv in $D = 11$
 - 5.1 Modelul liber: formularea Lagrangiana si simetria BRST
 - 5.2 Interactii consistente intre un graviton si un gravitino
 - 5.2.1 Interactii in ordinul unu in constanta de cuplaj λ
 - 5.2.2 Analiza consistentei deformarii de ordin unu
 - 5.3 Vertexul cuartic gravitonic al supergravitatiei $N = 1, D = 11$
 - 5.4 Comparatia cu cazul $D = 4$
- 6 Supergravitatie $N = 1, D = 11$
 - 6.1 Absenta interactiilor in ordinul unu in constanta de cuplaj in prezenta simultana a celor trei tipuri de campuri
 - 6.2 Deformarea de ordin doi
 - 6.3 Redefinirea deformatarilor de ordin unu si doi
 - 6.4 Analiza teoriei cu interactie. Unicitatea supergravitatiei $N = 1, D = 11$
- 7 Concluzii

REZUMAT

De la aparitia lor la inceputul anilor '70, supersimetriile au jucat un rol important in incercarile fizicienilor de a obtine o teorie unica pentru toate cele patru interactii fundamentale cunoscute. Supersimetria este o simetrie care coreleaza fermionii (descrisi de campurile de materie) cu bosonii (descrisi de campuri care mediaza interactiile). Transformarile supersimetrice sunt descrise de algebre Lie graduate ale caror generatori satisfac relatii de comutare si anticomutare. Pe langa generatorii transformarilor Lorentz si translatiilor spatio-temporale, algebrele supersimetrice mai contin si un numar de 'supersarcini' N , in functie de care modelele supersimetrice (SUSY) se clasifica in 'simple' ($N = 1$) sau 'extinse' ($N > 1$). Astfel de algebre supersimetrice au fost folosite mai intai in teoria stringurilor, pentru a unifica sectorul bosonic cu cel fermionic, si in fizica particulelor elementare. Mai tarziu, au fost construite si modele supersimetrice in cadrul teoriilor cuantice de camp. Modelele supersimetrice asociaza quarcilor, leptonilor si bosonilor gauge parteneri supersimetrice, astfel incat numarul gradelor de libertate fermionice este egal cu numarul celor bosonice. Desi astfel de 'superparticule' nu au fost inca observate experimental, interesul pentru teoriile supersimetrice ramane in continuare crescut. Acest lucru se datoreaza in special faptului ca in astfel de modele apar mai putine divergente in expresia constantelor teoriei, decat in cazul teoriilor fara transformari supersimetrice.

Teoriile invariante la transformari gauge supersimetrice incorporeaza in mod natural gravitatiea Einstein, din acest motiv ele purtand numele de supergravitatie (SUGRA). Deci, teoriile supersimetrice locale constituie cadrul natural pentru unificarea interactiei gravitationale cu celelate forte fundamentale din natura. Rezultatele teoretice obtinute in teoria stringurilor plaseaza supergravitatiea in 11-dimensiuni pe o pozitie importanta. In acest sens, in limita particulei in patru dimensiuni spatio-temporale, un astfel de model de string se manifesta ca o teorie supersimetrica efectiva locala. Mai mult, a fost aratat de Scherk ca $D = 11, N = 1$ SUGRA furnizeaza prin reducere dimensionala supergravitatiea extinsa maximala $N = 8, D = 4$. Printre nenumaratele proprietati remarcabile ale supergravitatiei simple in 11-dimensiuni se numara si aceea ca in cadrul acestei teorii este interzisa prezenta termenului cosmologic. Demonstratia acestei afirmatii a fost realizata folosind o metoda care combina tehnica standard a curenților Noether cu abordarea coomologica.

Este binecunoscut faptul ca spectrul de campuri al supergravitatiei $D = 11, N = 1$ este deosebit de simplu. El este format dintr-un graviton, un camp Majorana nemasiv de spin $3/2$ si o 3-forma. Analiza tuturor interactiilor posibile intre aceste campuri, in $D = 11$, implica studiul self-interactiilor pentru fiecare tip de camp si apoi construirea cuplajelor consistente intre toate cele trei sorturi de campuri. Ultimul pas presupune determinarea interactiilor consistente dintre doua tipuri de campuri si apoi construirea cuplajelor in prezenta simultana a celor trei campuri. Prin interactii consistente intelegem faptul ca teoria cu interactie are acelasi sector de campuri si acelasi numar de simetrii gauge independente ca si teoria libera. Una din cele mai elegante si, in acelasi timp, eficiente metode de construire a interactiilor consistente in teoriile cu simetrii gauge utilizeaza tehnica deformarii combinata cu tehnici coomologice BRST locale. Aceasta abordare se bazeaza pe obtinerea solutiei ecuatiei master pentru teoria cu interactie, utilizand coomologia BRST asociata modelului 'liber'.

Scopul acestei lucrari este de a construi toate interactiile consistente, in $D = 11$, care pot fi adaugate unei teorii libere ce descrie un graviton Pauli-Fierz, un camp Rarita-Schwinger

nemasiv de spin $3/2$ si o 3-forma gauge abeliana, utilizand tehnica deformarii solutiei ecuatiei master. Analiza interactiilor se desfasoara respectand urmatoarele ipoteze de lucru: netezimea deformarii in constanta de cuplaj, covarianta Lorentz, invarianta Poincaré si conservarea numarului de derivate pentru fiecare camp (ipoteza numarului maxim de derivate). Prima dintre acestea se refera la faptul ca marimile deformate trebuie sa fie netede in constanta de cuplaj si sa se reduca la cele asociate teoriei libere, atunci cand parametrul de deformare tinde la zero. Invarianta Poincaré interzice prezenta explicita in vertexurile de interactie a cordonatelor spatiu-timp. Ipoteza numarului maxim de derivate implica doua conditii care trebuie sa fie satisfacute simultan: i) ordinul ecuatiilor de miscare asociate teoriei cu interactie trebuie sa fie acelasi cu cel al ecuatiilor de miscare deduse din teoria libera si ii) numarul maxim al derivatelor spatio-temporale din vertexurile de interactie nu trebuie sa fie mai mare decat cel din densitatea de Lagrangian ce descrie teoria libera.

Rezultatele de baza obtinute in acesta lucrare constau in:

- deducerea celei mai generale forme a interactiilor consistente dintre campul Pauli-Fierz si o 3-forma abeliana;
- constructia tuturor cuplajelor dintre o 3-forma abeliana si campul Rarita-Schwinger nemasiv;
- obtinerea tuturor interactiilor dintre campul de spin doi si campul de spin $3/2$ nemasiv
- generarea cuplajelor consistente in prezenta simultana a campului Pauli-Fierz, a campului Rarita-Schwinger nemasiv si a 3-formei abeliene;
- demonstrarea faptului ca in ordinul unu in constanta de cuplaj nu sunt posibile interactii consistente care sa cupleze simultan campul Pauli-Fierz, 3-forma abeliana si campul Rarita-Schwinger nemasiv;
- demonstrarea unicitatii supergravitatiei $D = 11, N = 1$.

Toate aceste probleme sunt investigate in lucrarile [2]-[11].

Prezenta lucrare este structurata in sapte capitole.

In capitolul 2 este prezentata problema constructiei interactiilor consistente in teoriile cu simetriei gauge la nivelul formalismului BRST. Este binecunoscut faptul ca simetria BRST este generata canonic de solutia ecuatiei master (la nivel Lagrangian) sau de sarcina BRST (la nivel Hamiltonian). Deoarece solutia ecuatiei master contine toata informatia despre structura unei teorii gauge, problema constructiei cuplajelor consistente in teorii gauge este reformulata ca o problema a deformarii solutiei ecuatiei master in cadrul formalismului BRST antiparanteza-anticamp. Mai departe, procedura de constructie a interactiilor consistente induce la nivelul formalismului BRST Hamiltonian deformarea simultana a sarcinii BRST si a extensiei BRST invariante a Hamiltonianului de clasa I. Teoria generala este exemplificata la cazul interactiilor dintre p - si $(p + 1)$ -forme gauge abeliene. Acest capitol are in general un caracter monografic, contributia autorului fiind continuta in lucrarea [1].

Capitolul 3 este dedicat analizei cuplajelor consistente dintre un camp Pauli-Fierz si o 3-forma abeliana intr-un spatiu Minkowski 11-dimensional. Procedura utilizata este cea a deformarii solutiei ecuatiei master asociata teoriei libere. Modelul liber este invariant la un

set de transformari gauge abeliene, reductibile de ordin doi in tot spatiul configuratiilor de camp. Utilizand formularea de vielbein a gravitatiei, obtinem ca Lagrangianul de interactie respecta prescriptiile Relativitatii Generale si este invariant la un set de transformari gauge care raman reductibile de ordin doi in tot spatiul configuratiilor de camp. In continuare este demonstrata unicitatea teoriei cu interactie. Rezultatele din acest capitol sunt cuprinse in lucrarile [2], [6]-[7], [9]-[11].

In capitolul 4 sunt investigate interactiile consistente dintre o 3-forma abeliana si un camp Rarita-Schwinger nemasiv in $D = 11$. Algebra gauge a modelului liber este abeliana si reductibila de ordin doi, relatiile de reductibilitate avand loc in tot spatiul configuratiilor de camp. Folosind procedeul de deformare a solutiei ecuatiei master, obtinem ca singurul termen de interactie care poate fi introdus este de tip Chern-Simons generalizat, care nu modifica setul de transformari gauge originale, ci doar Lagrangianul teoriei libere. In consecinta, nu exista interactii consistente intre o 3-forma abeliana si un camp Rarita-Schwinger nemasiv in $D = 11$. Rezultatele prezentate in acest capitol sunt continute in lucrarile [3], [8]-[11].

In continuare, in capitolul 5 sunt construite interactiile consistente dintre un camp Pauli-Fierz si un camp de spin $3/2$ nemasiv. Algebra gauge asociata modelului liber este abeliana si ireductibila. In urma procedurii de deformare, obtinem ca nu exista interactii consistente intre graviton (descrie de campul Pauli-Fierz) si gravitino (descrie de campul Rarita-Schwinger nemasiv) si nici self-interactii pentru gravitino. Mai mult, coreland rezultatele obtinute in acest capitol cu cele din capitolul anterior, aratam ca in prezenta tuturor celor trei sorturi de campuri este posibila aparitia vertexurilor cuartice intre gravitini nemasivi, exact ca in supergravitatiea $N = 1$, $D = 11$. Rezultatele prezentate in acest capitol sunt cuprinse in lucrarile [4], [9]-[11].

In capitolul 6 realizam utimul pas al analizei interactiilor consistente dintre campul de spin doi, campul Rarita-Schwinger nemasiv si 3-forma abeliana. Daca in capitolele anterioare am considerat cazul interactiilor dintre doar doua sorturi de campuri, acum investigam cuplajele consistente care apar in prezenta simultana a celor trei tipuri de campuri. Utilizand procedeul de deformare a solutiei ecuatiei master obtinem ca in ordinul unu in constanta de cuplaj nu sunt posibile interactii consistente intre graviton, 3-forma abeliana si gravitino (nemasiv). Mai mult, consistenta deformarii de ordin unu impune anularea simultana a constantei cosmologice si a masei gravitinilor. Identificarea modelului cu interactie ne conduce la concluzia ca acesta este chiar supergravitatiea $N = 1$, $D = 11$. In consecinta, este demonstrata unicitatea supergravitatiei simple intr-un spatiu-timp 11-dimensional. Rezultatele expuse in acest capitol sunt continute in lucrarile [5], [9]-[11].

Ultimul capitol prezinta concluziile de baza ale lucrarii.

Bibliografie selectiva

- [1] E. Diaconu, *Physica Scripta* **68** (2003) 337
- [2] E. M. Cioeroianu, E. Diaconu, S. C. Sararu, On the uniqueness of $D = 11$ interactions among a graviton, a massless gravitino and a three-form. I: Pauli-Fierz and three-form, *Int. J. Mod. Phys. A* **23** (2008) 4721-4755
- [3] E. M. Cioeroianu, E. Diaconu, S. C. Sararu, On the uniqueness of $D = 11$ interactions among a graviton, a massless gravitino and a three-form. II: Three-form and gravitini, *Int. J. Mod. Phys. A* **23** (2008) 4841-4859
- [4] E. M. Cioeroianu, E. Diaconu, S. C. Sararu, On the uniqueness of $D = 11$ interactions among a graviton, a massless gravitino and a three-form. III: Graviton and gravitini, *Int. J. Mod. Phys. A* **23** (2008) 4861-4875
- [5] E. M. Cioeroianu, E. Diaconu, S. C. Sararu, On the uniqueness of $D = 11$ interactions among a graviton, a massless gravitino and a three-form. IV: Putting things together, *Int. J. Mod. Phys. A* **23** (2008) 4877-4923
- [6] E.M. Cioeroianu, E. Diaconu, S.C. Sararu, Couplings among Pauli-Fierz theory and an abelian three-form in $D=11$, *Proceeding-urile conferintei "Physics Conference TIM-05"* Timisoara, November 25-26, 2005, *Analele Universitatii de Vest din Timisoara*, Vol. **46** (2005) 87-92, Seria Fizica
- [7] E.M. Cioeroianu, E. Diaconu, S.C. Sararu, A note on the uniqueness of interactions between Pauli-Fierz and an Abelian three-form gauge fields in eleven spacetime dimensions, *Annals of the University of Craiova, Physics AUC* **16** (part I) (2006) 103-126
- [8] E.M. Cioeroianu, E. Diaconu, S.C. Sararu, Consistent couplings between an Abelian three-form gauge field and a non-massive Rarita-Schwinger field in $D=11$, *Proceeding-urile conferintei "The Spring School in Quantum Field Theory and Hamiltonian Systems"*, 20-26 May 2006, Calimanesti, Romania
- [9] E.M. Cioeroianu, E. Diaconu, S.C. Sararu, 11-dimensional Supergravity as an interacting theory on Minkowski space, *Proceeding-urile conferintei "The 6th International Spring School and workshop on Quantum Field Theory and Hamiltonian Systems"*, 6-11 May 2008, Calimanesti, Romania, *Physics AUC - Vol* **18** (2008) 219-229
- [10] E.M. Cioeroianu, E. Diaconu, S.C. Sararu, On the cohomological derivation of $D=11$, $N=1$ SUGRA, *Proceeding-urile conferintei "Third National Conference on Theoretical Physics"* Busteni, Romania, June 10-13, 2008, *Romanian Journal of Physics* volume **53**, No. 9-10 (2008) 87
- [11] E.M. Cioeroianu, E. Diaconu, S.C. Sararu, On the consistent interactions in $D=11$ among a graviton, a massless gravitino and a three-form, *Proceeding-urile conferintei "4-th EU RTN Workshop"*, 11-17 September 2008, Varna, Bulgaria