

REZUMAT

Teză de doctorat
„CONTRIBUȚII LA MODELAREA COMPUTAȚIONALĂ A
VIBRAȚIILOR SISTEMELOR MECANICE”
ing. Petre CUȚĂ

În ultima vreme, datorită elaborării mijloacelor programate pentru elaborarea de programe proprii în scopul rezolvării diverselor probleme, a crescut considerabil interesul față de utilizarea calculatoarelor în diverse domenii de activitate. Ca urmare, sistemele electronice de calcule analitice, cum ar fi *Mathematica*, *MatLab*, *Maple* sau *Mathcad* au în componența lor mii de comenzi incluse și funcții unite în biblioteci, precum și posibilități de vizualizare a procesului de trasare a graficelor. Astfel, conceperea sistemelor mecanice devine foarte automatizată în cadrul Concepției Mecanice Asistată de Calculator (C. M. A. O).

Modul în care vibrează structurile mecanice este adesea un punct esențial în concepția mecanică a sistemelor complexe din motive de securitate, de confort și de performanță. Astfel, necesitățile recente în domeniul vehiculelor în materie de securitate în momentul coliziunilor au condus la prevederea, încă din faza de proiectare, comportamentului structurilor supuse la mari deformații în regim dinamic destul de rapid.

Pentru validarea modelelor mecanice un rol important îl au testele dinamice și, mai ales, problemele de analiză experimentală modală, larg folosite în mecanică și, în particular, în mecanica vibrațiilor sunt problemele inverse. Printre aplicațiile și metodele abordate în acest sens putem cita problemele inverse ale surselor, optimizarea formei, controlul activ al dispozitivelor de transport al fluidelor sau, în sfârșit, metodele ecuațiilor integrale mult utilizate în mecanică și acustică.

În același context, este de remarcat că determinarea parametrilor legilor de comportament dinamic, actualizarea modelării structurilor dinamice plecând de la măsurile dinamice măsurate precum și identificarea defectelor prin metode nondistructive (unde), constituie exemple importante ale așa numitor probleme inverse (identificarea sistemelor) în dinamica structurilor.

Comportamentul vibratoriu al unei structuri mecanice complexe este foarte bine reprezentat la frecvențe joase prin modurile sale proprii de vibrații, aceasta având o importanță practică notabilă pentru tot ceea ce înseamnă acustica internă și/sau externă a vehiculelor de transport: automobile, feroviare, aeronautice.

Un rol important îl are estimarea fină a erorilor legate de modelare și de influența perturbațiilor, atunci când se pun în operă unele strategii mai eficiente de control al comportamentului vibratoriu al structurilor mecanice complexe. Ca urmare, stăpânirea diverselor fenomene vibratorii în sistemele mecanice complexe ridică probleme de cercetare fundamentală și nu din cele banale, cum ar fi cunoașterea fenomenologică a diverselor surse de vibrații, inducând astfel eforturi

în căutarea unor metodologii inovatoare din punctul de vedere al modelării, pe de o parte, și, pe de altă parte, din cel al unei gândiri pertinente în privința obiectivelor legate de diverse aplicații în care apar constrângeri în urmărirea performanțelor din ce în ce mai ridicate atunci când se utilizează aceste sisteme. Una din activitățile de cercetare în acest sens se referă la modelarea și studiul fenomenelor vibratorii în sistemele de fabricație, orientată fiind spre integrarea comportamentului dinamic al acestor sisteme în procesul de dezvoltare a liniilor de fabricație (traectorii de uzinaj, planificarea proceselor). Un astfel de proiect de cercetare nu se poate concepe decât în relație cu alte preocupări științifice ale cercetătorului sau ale echipei de cercetători, necesitând punerea în valoare a unei serii de competențe cum ar fi:

- determinarea în faza de proiectare a comportamentului dinamic al sistemelor mecanice complexe;
- dezvoltarea și evaluarea de tehnici rapide și solide pentru studiul stabilității sistemelor cu *întârziere* (simularea în domeniul temporal, metode multi-frecvențiale, tehnici de regrupare a rădăcinilor-*root clustering*);
- modelarea fenomenelor specifice (tăierea metalelor) și a interacțiunilor în sistemul uzinal în prezența vibrațiilor;
- dezvoltarea de tehnici de control activ a fenomenelor vibratorii în prelucrările mecanice (tehnici de control a sistemelor cu *întârziere*);
- luarea în considerare a constrângerilor dinamice în faza de proiectare a mașinilor;
- integrarea și managementul modelelor la diferite scări.

Comportamentul dinamic al sistemelor mecanice este adesea afectat de efectele neliniare, care, în numeroase cazuri, se situează la nivelul interfețelor de cuplaj între diferite componente (excitații dinamice generate de contactul în organele de transmitere a mișcării și a eforturilor, instabilități legate de frecarea în sistemele mecanice) care pot conduce la efecte nedorite (zgomote) sau care pot dăuna menținerii în funcțiune a mecanismului (uzură excesivă).

În prezent activitățile de cercetare se concentrează pe dezvoltarea competențelor experimentale, teoretice și numerice multidisciplinare puse în joc atunci când se concep structurile, elementele mașinilor sau, în general, sistemele mecanice. Scopul cercetării este de a îmbunătăți cunoștințele despre comportamentul materialelor și al structurilor, de a dezvolta modele și instrumente utile în procesul de proiectare a structurilor și mașinilor și de a valorifica o cultură tehnică în privința metodologiilor de analiză, de concepție și de fabricație. Aceste cercetări se sprijină pe domeniile științei materialelor, ale mecanicii neliniare a solidelor, fluidelor și sistemelor cuplate, ale acusticii, ale tehnicii de formare și de prelucrare, ale metodelor de măsurare experimentale și ale modelării numerice.

Pentru a trata mai bine simularea sistemelor mecanice flexibile, se face apel la tehnici de analiză a sistemelor de corpuri și la tehnici de modelare a corpurilor

deformabile ca elemente finite. Combinând cele două tehnici, care vor lua asupra lor tratamentul deplasărilor mari asociate mișcării ansamblului de corpuri și respectiv exprimarea micilor deplasări ca urmare a deformării, se pot determina fără echivoc poziția și orientarea în orice punct al materiei, și astfel să se poată determina ecuațiile diferențiale care *regizează* comportamentul dinamic al sistemului. Diferitele abordări sunt posibile, dar, indiferent de cea aleasă, luarea în considerare a flexibilității corpurilor va conduce inevitabil la o creștere a volumului și complexității sistemului de ecuații diferențiale, deoarece modelarea deformațiilor introduce un număr suplimentar de grade de libertate, iar termenii noi asociați acestora au un puternic caracter neliniar.

O abordare cât mai cuprinzătoare a simulării presupune combinarea *intimă* a trei *sarcini*:

- stabilirea unui model reprezentativ al sistemului studiat;
- determinarea ecuațiilor de echilibru dinamic;
- integrarea numerică a ecuațiilor de echilibru dinamic.

Se remarcă astfel eficacitatea soluției finale care depinde, în principal, de coerența existentă între metodele care au fost selectate pentru a finaliza fiecare dintre aceste *sarcini*.

Teza de doctorat este structurată în șapte capitole.

Capitolul 1 Introduction prezintă stadiul actual al cercetărilor în privința modelării computaționale a vibrațiilor sistemelor mecanice, iar celelalte contribuții fiind personale în acest domeniu.

Capitolul 2 Modele matematice în deplasări ale vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară și de tip placă plană subțire, prezintă, mai întâi, ecuațiile de mișcare ale elementelor cinematice de tip bară dreaptă sau placă plană subțire cu comportament liniar elastic. Pentru deducerea acestor ecuații s-a folosit principiul variațional al lui Hamilton din elastodinamică. Pentru vibrațiile elementelor cinematice vâscoelastice, un prim grup de modele matematice îl constituie cele obținute prin discretizarea intervalului temporal de observare a mișcării, discretizare care permite ca, în baza analogiei elasto-vâscoelastică enunțată de Alfrey și Lee, să se aplice ecuațiilor de mișcare ale elementelor cinematice liniar elastice, deduse cu principiul lui Hamilton, transformata Laplace unilaterală în raport cu timpul, (dat fiind faptul că acum parametrii cinematici pot fi considerați constanți), substituindu-se apoi modulul de elasticitate E , al lui Young, prin transformata sa Laplace $\bar{E}(s)$. Atunci când situația o permite sau, cu alte cuvinte, dacă ecuațiile în deplasări liniar elastice au coeficienți constanți, ceea ce se întâmplă în cazul unor mișcări particulare, modelele matematice ale elementelor cinematice vâscoelastice se pot obține prin aplicarea directă a transformatei Laplace, fără a mai fi necesară această discretizare. Tot prin aplicarea

directă a transformatei Laplace se obțin, într-o primă aproximație, modele matematice care neglijează deliberat termenii de cuplaj precum și cei care aveau coeficienți ca funcții de timp.

Un alt grup de modele matematice ale vibrațiilor elementelor cinematice liniar elastice îl constituie cele cu un număr finit de grade de libertate. În urma unor considerente care asigură echivalența dinamică dintre un solid liniar vâscoelastic și un sistem atașat de mase concentrate și care permit folosirea analogiei elasto-vâscoelastică enunțată de Alfrey și Lee, s-au obținut modelele matematice ale vibrațiilor elementelor cinematice vâscoelastice cu un număr finit de grade de libertate. Ca și mai înainte, și din aceleași considerente, aceste modele se pot obține prin aplicarea *indirectă* sau *directă* a transformatei Laplace modelelor matematice ale vibrațiilor elementelor cinematice cu comportament liniar elastic.

În sfârșit, dacă se aplică formal ecuațiilor de mișcare ale elementelor cinematice cu comportament liniar elastic transformata Laplace unilaterală în raport cu timpul, apoi se introduce $\bar{E}(s)$ în locul lui E și se inversează, rezultă modele matematice sub forma unor sisteme de ecuații integro-diferențiale care descriu vibrațiile elementelor cinematice cu comportament liniar vâscoelastic.

Toate modelele matematice sunt puse aici sub formă operatorială, aceasta cu scopul tratării computaționale a problemelor ce mi le-am propus pentru studiu.

Capitolul 3 Metode de soluționare a modelelor matematice ale vibrațiilor elementelor cinematice, prezintă o serie de propuneri pentru soluționarea modelelor matematice ale vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară dreaptă sau placă plană subțire am făcut-o, în principal, cu ajutorul transformatelor integrale. În cazul elementelor cinematice de tip mediu continuu, am aplicat, mai întâi, ecuațiilor cu derivate parțiale, care descriu vibrațiile unor astfel de elemente, transformata Laplace în raport cu timpul, Apoi, ecuațiilor astfel obținute le-am aplicat una din transformatele simple sau duble Fourier finite în sinus sau cosinus, în funcție de condițiile la limită (vezi tipuri de rezemări), după cum elementul cinematic luat în considerare este bară dreaptă, respectiv placă plană subțire. Această metodă conduce la așa numita *algebrizare* a problemei sau, cu alte cuvinte, la rezolvarea unor sisteme de ecuații algebrice care au ca necunoscute deplasările în imaginile lor Laplace și Fourier. În final, inversarea transformatelor Fourier și Laplace a condus la obținerea unor soluții de tip serie.

În cazul modelelor matematice invariante în timp, caz în care s-a făcut o neglijaare deliberată a termenilor funcției de timp și a celor de cuplaj, metoda folosită este aceea a aproximațiilor succesive. Tot cu ajutorul transformatelor integrale se dau, mai întâi, soluțiile în imagini Laplace și Fourier ale deplasărilor, în aproximația oarecare j , câmpurile deplasărilor longitudinale și transversale urmând să rezulte tot, ca mai înainte, sub forma unor serii. O metodă iterativă rezolvă și modelele matematice deduse în varianta integro-diferențială.

Algoritmul de rezolvare a modelelor matematice cu un număr finit de grade de libertate se rezumă la rezolvarea unor sisteme algebrice având ca necunoscute deplasările în imagini Laplace ale unor puncte aparținând elementului cinematic

supus studiului, inversarea transformatei Laplace conducând la determinarea, în final, a câmpurilor de deplasări longitudinale și transversale.

În **Capitolul 4** *Vibrațiile barelor drepte și ale plăcilor plane subțiri, elemente constitutive ale unor mecanisme*, la început, se determină analitic, aplicând sistemul de calcul *Mathematica*, câmpurile de deplasări ale elementelor cinematice cu comportament liniar elastic sau vâscoelastic ale unor mecanisme plane, des întâlnite, cum ar fi mecanismul paralelogram și cel bielă manivelă. Apoi, odată cunoscute deplasările, se determină câmpurile de viteze și de accelerații, precum și componentele tensorilor deformațiilor specifice și tensiunilor.

În sfârșit, apelând la același sistem de calcul *Mathematica*, pentru cazuri numerice concrete, se obțin diagramele de variație ale deplasărilor și accelerațiilor

S-a considerat util să se compare, pe de o parte, rezultatele obținute prin metode exacte cu cele obținute prin metode aproximative, iar pe de altă parte cele obținute pentru elementele liniar elastice cu cele obținute pentru elementele cu comportament liniar vâscoelastic.

În **Capitolul 5** *Modele matematice și rezolvarea lor pentru studiul vibrațiilor mașinilor* este prezentat studiul ambielajului unui motor cu dispunere în V.

Tot în privința vibrațiilor automobilelor, se propune aici un model mecanic al unui sistem vibrant acționat de camă însoțit, evident, de modelul lui matematic. În final, apelând la sistemul de calcul *Mathematica*, se determină legea de mișcare a acestui sistem mecanic.

În continuare, se face analiza comportamentului vibratoriu al unei mașini unelte, prezentându-se cazul unui strung cu variator continuu de turație și absorbitor dinamic, apelându-se la un model cu șapte grade de libertate. S-a luat în considerare situația în care toate elementele execută translații oscilatorii verticale, acestea având o mare influență asupra preciziei dimensionale și a uzurii organelor ce compun subansamblele strungului sau mașinii unelte respective. Soluționarea modelului matematic, obținut în formalismul lui Lagrange, s-a făcut cu ajutorul transformatei integrale a lui Laplace.

După aceleași procedee s-a mai făcut și studiul vibrațiilor unui șeping pe un model mecanic cu trei grade libertate.

Diagramele de variație ale deplasărilor în funcție de variabila timp s-au executat, ca și până acum în sistemul de calcul *Mathematica*.

În sfârșit, tot în acest capitol am considerat necesar și studiul unui mecanism cu roți dințate, prezentând cu acest prilej modelul dinamic al angrenajului pentru studiul vibrațiilor acestuia în timpul funcționării.

Capitolul 6, *Încercări experimentale*, prezintă verificările experimentale care au avut ca suport mecanismele din capitolul 4, ele având rolul de a confirma corectitudinea modelelor matematice deduse teoretic și a metodelor de soluționare exacte sau aproximative ale acestora.

În *Capitolul 7, Concluzii. Contribuții originale. Direcții ulterioare de cercetare* sunt prezentate contribuțiile personale în domeniul destul de vast al modelării computaționale a vibrațiilor sistemelor mecanice, precum și o parte a direcțiilor cercetărilor viitoare în acest domeniu.

Principiile care stau la baza analizei dinamice a sistemelor de corpuri au cunoscut, în ultimii 30 de ani, un avânt deosebit datorat, cu siguranță, informaticii, aceasta constituind astăzi o disciplină științifică de sine stătătoare, care a progresat rapid. Pe această direcție se înscrie și prezenta lucrare, în care se pot desprinde o serie de contribuții originale, așa cum, de altfel, rezultă din parcurgerea lucrării, după cum urmează:

- elaborarea, sub formă operatorială, a unor modele matematice în deplasări ale vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară dreaptă și de tip placă plană subțire, cu comportament liniar elastic;
- elaborarea, sub formă operatorială, a unor modele matematice în deplasări ale vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară dreaptă și de tip placă plană subțire, cu comportament liniar vâscoelastic;
- elaborarea unor modele matematice sub forma sistemelor de ecuații integro-diferențiale, care descriu vibrațiile elementelor cinematice, de tip placă plană subțire cu comportament liniar vâscoelastic;
- elaborarea unor metode de calcul, agreate de computer, pentru soluționarea modelelor matematice în deplasări ale vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară dreaptă și de tip placă plană subțire, cu comportament liniar elastic sau liniar vâscoelastic;
- determinarea analitică, aplicând sistemul de calcul *Mathematica*, a câmpurilor de deplasări ale elementelor cinematice, de tip bară dreaptă sau placă plană subțire, cu comportament liniar elastic sau vâscoelastic, elemente constitutive ale unor mecanisme plane;
- obținerea diagramelor de variație ale deplasărilor elementelor cinematice, de tip bară dreaptă sau placă plană subțire cu comportament liniar elastic, respectiv liniar vâscoelastic, prin folosirea sistemului de calcul *Mathematica*, pentru cazuri numerice concrete;
- determinarea câmpurilor de viteze și accelerații ale elementelor cinematice, de tip bară dreaptă sau placă plană subțire, cu comportament liniar elastic sau vâscoelastic;
- determinarea componentelor tensorului tensiunilor și deformațiilor specifice pentru elementele cinematice, de tip placă plană cu comportament liniar elastic, respectiv liniar vâscoelastic;
- elaborarea modelului mecanic și matematic al ambielajului unui motor cu dispunere în V, precum și determinarea legii de mișcare a acestui sistem mecanic cu ajutorul sistemului de calcul *Mathematica*;

- elaborarea modelului mecanic al unui sistem vibrant acționat de camă însoțit, evident, de modelul lui matematic, și determinarea legii de mișcare a acestui sistem mecanic cu ajutorul sistemului de calcul *Mathematica* și *Maple*;
- analiza comportamentului vibratoriu al unui strung cu variator continuu de turație și absorbitor dinamic, apelându-se la un model cu șapte grade de libertate;
- analiza comportamentului vibratoriu al unui șeping pe un model mecanic cu trei grade libertate;
- determinarea deplasării relative a celor două roți dințate, ale unui mecanism ipotetic cu roți dințate, în direcția liniei de angrenare în timp ce dinții fac contact pe flancul activ sau pe cel inactiv al dintelui, precum și a deplasării relative a roților dințate pe timpul desprinderii (discontinuităților în angrenare). Trasarea diagramelor de variație corespunzătoare în sistemul de calcul *Mathematica*.
- efectuarea experiențelor cu sistemul electronic *Spider 8*, destinat măsurării numerice a datelor analogice, el fiind un sistem de măsurare modern, de ultima oră, specializat pentru achiziția numerică a mărimilor mecanice precum: forțe, tensiuni mecanice, presiuni, accelerații, viteze, deplasări, temperaturi.

Ca urmare a celor expuse, rezultă o parte din direcțiile de cercetare ulterioară, cum ar fi:

- elaborarea, sub formă operatorială, a unor modele matematice în deplasări ale vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară curbă plană și de tip placă curbă subțire, cu comportament liniar elastic;
- elaborarea, sub formă operatorială, a unor modele matematice în deplasări ale vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară curbă plană și de tip placă curbă subțire, cu comportament liniar vâscoelastic;
- elaborarea unor modele matematice sub forma sistemelor de ecuații integro-diferențiale, care descriu vibrațiile elementelor cinematice, de tip placă curbă subțire, cu comportament liniar vâscoelastic;
- elaborarea unor metode de calcul, agree de computer, pentru soluționarea modelelor matematice în deplasări ale vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară curbă plană și de tip placă curbă subțire, cu comportament liniar elastic sau liniar vâscoelastic;
- determinarea analitică, aplicând sistemul de calcul *Mathematica* sau *Maple*, a câmpurilor de deplasări ale elementelor cinematice, de tip bară curbă plană sau placă curbă subțire, cu comportament liniar elastic sau vâscoelastic,

- elemente constitutive ale unor mecanisme plane, des întâlnite, cum ar fi mecanismul paralelogram și cel bielă manivelă;
- obținerea diagramelor de variație ale deplasărilor elementelor cinematice, de tip bară curbă plană sau placă curbă subțire cu comportament liniar elastic, respectiv liniar vâscoelastic, prin folosirea sistemelor electronice de calcul, cum ar fi *Mathematica sau Maple*, pentru cazuri numerice concrete;
 - determinarea câmpurilor de viteze și accelerații ale elementelor cinematice, de tip bară curbă plană sau placă curbă subțire, cu comportament liniar elastic sau vâscoelastic;
 - determinarea componentelor tensorului tensiunilor și deformațiilor specifice pentru elementele cinematice, de tip bară curbă plană sau placă curbă subțire, cu comportament liniar elastic sau vâscoelastic;
 - analiza comportamentului vibratoriu al mecanismelor cu roți dințate, apelându-se la modele mecanice cu mai multe grade de libertate.

Cum ușor se poate observa, scopul final al lucrării îl constituie elaborarea unor modele matematice ale vibrațiilor sistemelor mecanice și rezolvarea acestora cu ajutorul calculatorului. Apoi, soluțiile obținute prin metode exacte sau aproximative au fost comparate cu rezultatele obținute pe cale experimentală.

Tot din grija pentru obținerea unor rezultate corecte au fost folosite mai multe sisteme de calcul în scopul obținerii unor soluții ale modelelor matematice ale vibrațiilor sistemelor mecanice.